

2016年度 光・電磁物性 第1回レポート略解

Q1 分極の時間発展を記述する式 (2.47) から出発してデバイ緩和型の誘電関数の式 (講義ノート 16 ページ, 式 (2.48)) を導出せよ。

A1 $E = E_0 e^{-i\omega t}$, $P = P_0 e^{-i\omega t}$ を式 (2.47) に代入すると, $-i\omega\tau P_0 + P_0 = \epsilon_0 \chi_s E_0$ 。すなわち, $P_0 = \frac{\epsilon_0 \chi_s}{1 - i\omega\tau} E_0$ 。よって, $D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\chi_s}{1 - i\omega\tau}\right) E$ 。したがって, $\tilde{\epsilon}_r = 1 + \frac{\chi_s}{1 - i\omega\tau} = 1 + \frac{\chi_s(1 + i\omega\tau)}{1 + \omega^2\tau^2}$ 。これを実部と虚部に分ければ式 (2.48) が得られる。

Q2 強誘電体 KNbO₃ (比重 4.6 g/cm³) について以下の問に答えよ。

(a) KNbO₃ の室温における残留分極は $P_r = 0.41 \text{ C/m}^2$ である。これが Nb イオンのみの変位によるものと仮定して, Nb イオン変位による電気双極子モーメント p の大きさを計算せよ。

(b) 隣り合う Nb イオン間に働く双極子相互作用の大きさを見積もりたい。ある Nb イオンが (自発分極と垂直な方向に) 隣り合う Nb イオンの位置に発生させる局所電場の大きさ $|e| = \frac{|p|}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ はいくらか計算せよ。次に, 隣の Nb イオンが受ける双極子相互作用エネルギー $p \cdot e$ の大きさを求め, それを室温の $k_B T$ と比較せよ。これから何が言えるか。なお, KNbO₃ は室温で斜方晶であるが, そのひずみは小さいとして立方晶と仮定してよい。

A2 (a) KNbO₃ の分子量は 180.0。よって, 単位胞の体積は $V = 180.0 \times 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg} / 4.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 65.0 \times 10^{-30} \text{ m}^3$ 。 $p = P_r V = 0.41 \text{ C/m}^2 \times 65.0 \times 10^{-30} \text{ m}^3 = 2.7 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m} = 8.0 \text{ D}$ 。

(b) 立方晶とみなすと格子定数は $a = V^{1/3} = 4.02 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。となりの Nb イオンの位置での電場は $|e| = p / 4\pi\epsilon_0 a^3 = 3.7 \times 10^9 \text{ V/m} (= 37 \text{ MV/cm})$ 。相互作用エネルギーは $ep = p^2 / 4\pi\epsilon_0 a^3 = 1.0 \times 10^{-19} \text{ J} = 0.65 \text{ eV}$ 。これは室温 ($T = 300 \text{ K}$) の $k_B T = 4.1 \times 10^{-21} \text{ J} = 26 \text{ meV}$ と比較して一けた以上大きい。このことは, 原子間の電氣的相互作用が十分強く, 室温でも安定して双極子モーメントの向きをそろえる力が働くことを意味している。