

2016 年度 光・電磁物性 第3回レポート略解

Q1 鉄ミョウバンの一種 $\text{KFe}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ は常磁性をしめす結晶（密度 1.83 g/cm^3 ）である。これについて以下の問いに答えよ。

- (a) この鉄ミョウバン中の Fe イオンは 3 価の陽イオンであり、その基底状態の電子配置は $[\text{Ar}]3d^5$ である。このイオンの全スピン角運動量 S ，全軌道角運動量 L ，全角運動量 J の値はいくつか。
- (b) Fe イオンの磁気双極子モーメントの大きさ $\mu = g_L \mu_B J$ を計算せよ。 $B = 1 \text{ T}$ の磁束密度に対応する磁場中でのこの Fe イオンの磁気双極子相互作用エネルギーはいくらか。
- (c) この結晶の室温 ($T = 300 \text{ K}$) における常磁性磁化率の大きさを求めよ。

A1 (a) $3d$ 軌道の 5 個の電子はすべて up spin で $l_z = -2, -1, 0, 1, 2$ の軌道を占有する。したがって、 $S = \frac{5}{2}$ ， $L = 0$ ， $J = \frac{5}{2}$ 。

(b) $g_L = 2$ なので、 $\mu = g_L \mu_B J = 5.83 \times 10^{-29} \text{ Wb} \cdot \text{m}$ 。 1 T の磁束密度に対応する磁場は $H = B/\mu_0 = (4\pi)^{-1} \times 10^7 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ 。この磁場との相互作用エネルギーは $U = \mu H = 4.64 \times 10^{-23} \text{ J} = 0.289 \text{ meV}$ 。

(c) 上記の磁気相互作用エネルギーは室温の $k_B T$ ($= 26 \text{ meV}$) と比較してはるかに小さいので、式 (4.21) が適用できる。 $N/V = 2.19 \times 10^{27} \text{ m}^{-3}$ であり、式 (4.21) より、 $\chi^m = \frac{N}{V} \frac{(g_L \mu_B)^2}{\mu_0} \frac{J(J+1)}{3k_B T} = 6.66 \times 10^{-4}$ 。

Q2 磁気双極子モーメント間の磁氣的相互作用の大きさを見積もろう。 $|\mu_1| = 1 \mu_B$ の磁気双極子モーメントによって生じる磁場の大きさを、この双極子モーメントから $\mu_1 \perp r$ の方向に 0.1 nm 離れた点について計算せよ。また、この点に $|\mu_2| = 1 \mu_B$ の磁気双極子モーメント ($\mu_1 \parallel \mu_2$ とする) が置かれている場合の磁気双極子相互作用エネルギーを求めよ（単位は eV を用いること）。この相互作用エネルギーを熱エネルギーに換算すると、温度はいくらになるか。第 1 回レポート課題 Q2 (b) の結果との比較から何が結論できるか。

A2 $H = -\frac{\mu_1}{4\pi\mu_0 r^3} = -7.38 \times 10^5 \text{ A/m}$ ， $H\mu_2 = -8.60 \times 10^{-24} \text{ J} = -5.37 \times 10^{-5} \text{ eV}$ ， $|H\mu_2|/k_B = 0.623 \text{ K}$ 。磁気双極子モーメント間の磁氣的相互作用は電気双極子モーメント間の静電的相互作用（第 1 回レポート Q2(b) の例では 0.65 eV ）や室温の $k_B T \approx 26 \text{ meV}$ に比べると桁違いに弱く、室温において磁氣的秩序を引き起こすことはあり得ない（磁氣的秩序の真の原因は交換相互作用である）。